

---

## EXERCICES 2 A

---

1. Ecrire les ensembles suivants comme intervalles :
  - (a)  $\{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$
  - (b)  $\{x^2 : x \in \mathbb{R}\}$
  - (c)  $\{x \in \mathbb{R} : x^3 \leq 8\}$
  - (d)  $\{x \in \mathbb{R} : x^2 < 8\}$
2. Trouver l'infimum et le supremum pour chacun de ces ensembles (lorsqu'ils existent).
3. Pour les ensembles suivants, trouver leur infima, suprema, maxima et minima (lorsqu'ils existent) :
  - a)  $]0, 1]$
  - b)  $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$
  - c)  $\{r \in \mathbb{Q} : r^2 < 4\}$
  - d)  $\{x^2 : x \in \mathbb{R}\}$
  - e)  $\{\sin(n\pi/3) : n \in \mathbb{Z}\}$
  - f)  $\{1 - \frac{1}{3^n} : n \in \mathbb{N}\}$
  - g)  $\{\cos(x) : x \in \mathbb{Q}\}$
  - h)  $\{\cot(x) : x \in \mathbb{R}\}$
  - i)  $\{\tan(x) : x \in \mathbb{R}\}$
4. Soit  $S$  et  $T$  des ensembles non-vides de  $\mathbb{R}$  qui satisfont la propriété suivante : pour tout  $s \in S$  et tout  $t \in T$ ,  $s \leq t$ .
  - a) Montrer que  $S$  est majoré et que  $T$  est minoré.
  - b) Montrer que  $\sup(S) \leq \inf(T)$ .
  - c) Donner un exemple de tels ensembles  $S$  et  $T$  où  $S \cap T \neq \emptyset$ .
  - d) Donner un exemple de tels ensembles  $S$  et  $T$  où  $S \cap T = \emptyset$  et  $\inf(S) = \sup(T)$ .